

هوشمند حسن نیا

$$\begin{array}{r|l} 10 & \wedge \\ - \wedge & 1,25 \\ \hline 20 & \\ - 19 & \\ \hline 10 & \end{array}$$

در حالت کلی، اگر مخرج کسر ما ۱۰ یا ۱۰۰ یا ۱۰۰۰ یا هر توانی از ۱۰ باشد، خیلی راحت بلدیم که آن را به صورت اعشاری نمایش دهیم. آیا موافقتی که در همه این موارد، نمایش اعشاری عددمان، «مختوم» خواهد شد؟

اما بیایید این بار ماجرا را برعکس ببینیم. آیا هر عدد اعشاری مختومی را می توانیم به صورت کسری بنویسیم که مخرجش ۱۰، ۱۰۰، ۱۰۰۰ یا ... باشد؟

فکر می کنیم پاسخ دادن به این سؤال، از سؤال قبلی هم راحت تر است. کافی است فقط عدد اعشاری را با صدای بلند بخوانید!

$$۰/۴۳ = \frac{۴۳}{۱۰۰}$$

$$۲/۳ = ۲\frac{۳}{۱۰} = \frac{۲۳}{۱۰}$$

با توجه به حرف های بالا،
آیا با این جمله موافقتی؟

هر کسری که مخرجش توانی از ۱۰ باشد، نمایش اعشاری مختوم دارد و هر عدد اعشاری مختوم را می توان به کسری تبدیل کرد که مخرجش توانی از ۱۰ باشد

کسرهایی که شمارنده های اول مخرجشان فقط ۲ و ۵ هستند

نمایش اعشاری هر کسری که مخرجش توانی از ۱۰ باشد، مختوم است. هر عدد اعشاری مختومی را هم می توانیم به راحتی به صورت کسری بنویسیم که مخرجش توانی از ۱۰ باشد. پس اگر بخواهیم بفهمیم «نمایش اعشاری یک کسر مختوم است یا نه»، باید ببینیم که «آیا می توانیم کاری کنیم که مخرجش توانی از ۱۰ شود یا نه».

بیایید با $\frac{۱}{۵}$ شروع کنیم. آیا می توانیم کاری کنیم که مخرج این کسر توانی از ۱۰ شود؟

بله. کافی است صورت و مخرج را در ۲ ضرب کنیم:

$$\frac{۱}{۵} = \frac{۱ \times ۲}{۵ \times ۲} = \frac{۲}{۱۰} = ۰/۲$$

احتمالاً باز هم لازم است مثال های دیگری بزنیم:

آیا می توانیم کاری کنیم که مخرج $\frac{۷}{۲}$ ، به صورت توانی از ۱۰ دربیاید؟

بله. کافی است صورت و مخرج را در ۵ ضرب کنیم:

$$\frac{۷}{۲} = \frac{۷ \times ۵}{۲ \times ۵} = \frac{۳۵}{۱۰} = ۳/۵$$

در مورد $\frac{۳}{۱۲۵}$ چطور؟ چکار کنیم که مخرجش به صورت توانی از ۱۰ در بیاید؟

$$\begin{aligned} \frac{۲}{۳} &= ۰/۶ \\ \frac{۴۳}{۱۲۵} &= ۰/۳۴۴ \\ \frac{۷۸۲}{۵۰} &= ۱۵/۶۴ \\ \frac{۶۲}{۴} &= ۱۵/۵ \\ \frac{۲۵}{۹} &= ۲/۷ \\ \frac{۵}{۱۱} &= ۰/۴۵ \\ \frac{۴}{۶۰} &= ۰/۱ \\ \frac{۱۵}{۱۳} &= ۱/۱۵۳۸۴۶ \\ \frac{۵۹۹}{۵۰۰} &= ۱/۵۹۹ \\ \frac{۵}{۴۴} &= ۰/۰۷۸۱۲۵ \end{aligned}$$

این کار را در مورد تعداد زیادی عدد گویا انجام داده ایم و نتایج را همین بالا نوشته ایم.

از بین عددهای بالا کدامها «نمایش اعشاری مختوم» و کدامها «نمایش اعشاری نامختوم» دارند؟

برای پاسخ به سؤال بالا، در صفحه ۲۲ کتاب نهم این جمله را می خوانیم: «اگر به نمایش اعشاری کسرها دقت کنید، خواهید دید که فقط کسرهایی نمایش اعشاری مختوم دارند که (پس از ساده شدن) مخرج آنها شمارنده اولی به جز ۲ و ۵ ندارد». اما چرا؟ کسرهایی که مخرجشان شمارنده اولی غیر از ۲ و ۵ ندارد، چه فرقی با بقیه کسرها دارند؟ در این مطلب، کمی با نمایش اعشاری عددهای گویا کلنجر می رویم و دنبال دلیلی برای درستی جمله بالا می گردیم.

کسرهایی با مخرج ۱۰، ۱۰۰، ۱۰۰۰ و ...

پیدا کردن نمایش اعشاری برای کسرهایی که مخرج آنها ۱۰ یا ۱۰۰ یا ۱۰۰۰ یا ... باشد، خیلی راحت است و نیازی به تقسیم یا استفاده از ماشین حساب ندارد! بیایید چند مثال را با هم مرور کنیم.

• اگر بخواهیم $\frac{۱}{۳}$ را به صورت اعشاری نمایش دهیم، خیلی راحت می گوییم سه دهم و می نویسیم $۰/۳$ و محاسبه هم لازم نداریم!

• اگر بخواهیم $\frac{۱۳}{۱۰۰}$ را به صورت اعشاری نمایش دهیم، خیلی راحت می گوییم سیزده صدم و می نویسیم $۰/۱۳$ و محاسبه هم لازم نداریم!

• اگر بخواهیم $\frac{۵۳۱}{۱۰}$ را به صورت اعشاری نمایش دهیم، باز هم خیلی راحت می گوییم پنجاه و سه و یک دهم و می نویسیم $۵۳/۱$ و محاسبه هم لازم نداریم!

ممکن است مخرج آن، ۱۰ یا ۱۰۰ یا ۱۰۰۰ یا ... شود؟
بیا بید یک عدد گویای دیگر را بررسی کنیم. مثلاً $\frac{4}{35}$ را در نظر بگیریم.

چند لحظه فکر کنید! آیا ممکن است بتوانیم صورت و مخرج را در چیزی ضرب کنیم که مخرج آن به ۱۰ یا ۱۰۰ یا $\frac{4}{35}$ تبدیل شود؟

صورت و مخرج عدد گویای $\frac{4}{35}$ را در هر عددی ضرب کنیم، باز هم مخرج کسر باید بر ۷ بخش پذیر باشد. (با خودتان دلیل این حرف را مرور کنید!) پس ممکن نیست مخرج کسر برابر با توانی از ۱۰ شود، چون هیچ توانی از ۱۰ نیست که بر ۷ بخش پذیر باشد.

مشکلی که برای $\frac{1}{3}$ وجود داشت، دقیقاً همان مشکلی بود که برای $\frac{4}{35}$ وجود دارد. آیا موافقت که این مشکل برای هر کسر دیگری هم که (بعد از ساده شدن) شمارنده اول دیگری غیر از ۲ و ۵ در مخرج داشته باشد، وجود دارد؟
پس قاعدتاً الان باید با جمله کتاب درسی موافق باشیم که:

فقط کسرهایی نمایش اعشاری مختوم دارند
که (پس از ساده شدن) مخرج آن‌ها شمارنده
اولی به جز ۲ و ۵ ندارد

«باریک بینی» یکی از ویژگی‌های ریاضی کارهاست!

در متن بالا به این پرداختیم که «ممکن نیست بتوانیم عددی در صورت و مخرج $\frac{1}{3}$ ضرب کنیم که مخرج را به ۱۰ تبدیل کند». اما اگر یک نفر خیلی باریک بین باشد، حتماً به ذهنش می‌رسد که کافی است عدد $\frac{10}{3}$ را در صورت و مخرج کسرمان ضرب کنیم تا مخرج برابر با ۱۰ شود:

$$\frac{1 \times \frac{10}{3}}{3 \times \frac{10}{3}} = \frac{1 \times \frac{10}{3}}{10}$$

حالا شما باریک بین تر باشید و فکر کنید که چه پاسخی به این فرد باریک بین باید داد.
راهنمایی: بررسی کنید که چه اتفاقی برای صورت کسر می‌افتد؟ آیا ممکن است با این کار، صورت کسرمان عدد صحیحی شود؟

درست فکر کردید! ۱۲۵ برابر است با $5 \times 5 \times 5$ پس کافی است آن را در $2 \times 2 \times 2$ ضرب کنیم تا مخرج برابر با $10 \times 10 \times 10$ یا همان ۱۰۰۰ شود:

$$\frac{3}{125} = \frac{3 \times 2 \times 2 \times 2}{5 \times 5 \times 5 \times 2 \times 2 \times 2} = \frac{24}{10 \times 10 \times 10} = \frac{24}{1000} = 0.024$$

آیا می‌توانید بگویید چطور می‌توان $\frac{3}{40}$ را به صورت کسری نوشت که مخرجش توانی از ۱۰ باشد؟

راهنمایی: مخرج را به شمارنده‌های اول تجزیه کنید و بعد تلاش کنید توان‌های ۱۰ بسازید.

انگار روشی که پیدا کرده‌ایم، به همین مثال‌ها منحصر نیست! شما هم موافقت کنید که این روش را می‌توانیم برای هر کسری که مخرجش شمارنده اولی غیر از ۲ و ۵ ندارد، به کار ببریم؟ پس:

«اگر مخرج کسری شمارنده اولی غیر از ۲ و ۵ نداشته باشد، می‌توانیم آن را به صورتی بنویسیم که مخرجش توانی از ۱۰ شود.» بنابراین «نمایش اعشاری کسری که مخرجش شمارنده اولی غیر از ۲ و ۵ ندارد، حتماً مختوم است»

باقی کسرها

تکلیفمان در مورد کسرهایی که مخرجشان فقط بر عددی اول ۲ و ۵ بخش پذیر است، روشن شد. اما ممکن است با کسری روبه‌رو باشیم که مخرج آن، شمارنده اول دیگری غیر از ۲ و ۵ داشته باشد.

اگر صورت و مخرج کسرمان هنوز ساده نشده باشد، بهتر است قبل از هر کاری آن را ساده کنیم! چرا که ممکن است بعد از ساده کردن صورت و مخرج، شمارنده اولی غیر از ۲ و ۵ در مخرج باقی نماند که در این صورت باز هم تکلیفمان روشن است.

پس فرض کنیم با کسری روبه‌رو هستیم که ساده شده و مخرج آن شمارنده اولی غیر از ۲ و ۵ دارد. بیا بید باز هم با یک مثال جلو برویم. مثلاً $\frac{1}{3}$ را در نظر بگیریم:

- آیا می‌توانید صورت و مخرج را در عددی ضرب کنید که مخرج این کسر برابر با ۱۰ شود؟
- آیا می‌توانید صورت و مخرج را در عددی ضرب کنید که مخرج این کسر برابر با ۱۰۰ شود؟
- آیا اصلاً امکان پذیر است که مخرج این کسر، به صورت توانی از ۱۰ در بیاید؟

صورت و مخرج این کسر را در هر عدد صحیحی که ضرب کنیم، باز هم شمارنده ۳ در مخرج آن وجود خواهد داشت! در واقع در هر صورت مخرج این کسر مضرب ۳ خواهد بود و ۱۰ یا ۱۰۰ یا ۱۰۰۰ هیچ کدام مضرب ۳ نیستند. پس چطور